



TITLE:

Kinetic Equationの $T \sim T_c$ での  
ふるまい( $^3\text{He}$ の超流動の動的諸問  
題,研究会報告)

AUTHOR(S):

原, 純一郎

---

CITATION:

原, 純一郎. Kinetic Equationの $T \sim T_c$ でのふるまい( $^3\text{He}$ の超流動の動的諸問題,研究会報告). 物性研究 1977, 28(4): D16-D19

ISSUE DATE:

1977-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89364>

RIGHT:

原 純一郎

行列型の kinetic eq. は Wölfle<sup>(3)</sup> によっても解かれているが、我々の方法、即ち、spectral function  $A$  を求める方法はより直接的である。 $1/\tau < \Delta$  の範囲では、Bogolon の Boltzmann 方程式が成立していることは、多分正当化されると考えられる。

### 参 考 文 献

- (1) Leggett-Takagi. Phys. Rev. Letters **34**, 1424 (1975).
- (2) Bhattacharyya et al. Phys. Rev. Letters **35**, 473 (1975).
- (3) Wölfle, J. Low Temp. Phys. **22**, 157 (1976)

### Kinetic Equation の $T \simeq T_c$ でのふるまい

山口大・文理 原 純 一 郎

超流動 He-3 の  $T \simeq T_c$  での K. E. (Kinetic Equation) のふるまいを調べる。次の様なグリーン関数行列を定義しよう。

$$G_{ij}^{<}(1, 1') = \langle \psi_j^+(1') \psi_i(1) \rangle, \quad G_{ij}^{>}(1, 1') = \langle \psi_i(1) \psi_j^+(1') \rangle$$

ここで、 $\psi_j^+$  は場の演算子  $\vec{\psi}^+ = (\psi_\sigma^+, \psi_\sigma)$  の  $j$  成分、 $\psi_i$  は  $\vec{\psi}$  の  $i$  成分であり、 $\langle \dots \rangle$  は統計平均を表わす。 $\sigma$  はスピン添字である。 $G_{ij}^{\gtrless}(1, 1')$  の相対座標についてフーリエ変換した  $G_{ij}^{\gtrless}(p, \omega, RT)$  に対する定常状態での K. E. は、Kadanoff, Baym に従って、

$$i[\xi, G^{\gtrless}]_{-} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial P}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial R} \right]_{+} - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial R}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial P} \right]_{+} = \pm I$$

となる。 $\xi$  は Hatree-Fock 近似でのエネルギー行列、 $I$  は Born 近似での衝突項を表わしている。スペクトル関数  $A(P, \omega, R) = G^{>} + G^{<}$  についてはすぐ解けて、

$$A = \sum_{\nu} \frac{1}{2} \left(1 + \nu \frac{\xi}{E}\right) 2\pi \delta(\omega - \nu E) + i \frac{\nu}{\delta E} \left( \frac{\partial \xi}{\partial P} \frac{\partial \xi}{\partial R} - \frac{\partial \xi}{\partial R} \frac{\partial \xi}{\partial P} \right) 2\pi \frac{\partial}{\partial \omega} \delta(\omega - \nu E)$$

となる。 $\nu$  は  $\pm$  を取る。 $A$  を使って  $G^{\lessgtr}$  は次の様に見える。

$$G^<(P\omega R) = A(P\omega R) f^0(\omega) + \sum_{\nu} \delta F_{\nu}(PR) 2\pi \delta(\omega - \nu E)$$

$$G^>(P\omega R) = A(P\omega R) (1 - f^0(\omega)) - \sum_{\nu} \delta F_{\nu}(PR) 2\pi \delta(\omega - \nu E)$$

$f^0(\omega)$  はフェルミ分布関数である。この様に  $G^{\lessgtr}$  を  $\omega$  積分した量が Wigner 分布関数に対応するものとなっている。上式を  $G^<$  に対する K. E. に代入する事により分布関数  $\delta F_{\nu}$  に対する K. E. が得られ、次の様になる。

$$i[\xi, \delta F_{\nu}]_{-} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial P}, \frac{\partial}{\partial R} \delta F_{\nu} \right]_{+} = - \frac{1}{2\pi} \int d\omega \theta(\nu\omega) I = I_{\nu}$$

ここで衝突項は、未知関数  $\delta F_{\nu}$  だけを含んでおり、 $A f^0(\omega)$ ,  $A(1 - f^0(\omega))$  からの寄与はエネルギー保存則より消えてしまう。上式をさらに Bogolin bov 変換して、

$$\begin{aligned} i[E_0 \hat{\alpha}, \delta \widetilde{F}_{\nu}]_{-} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial P} E_0 \hat{\alpha}, \frac{\partial}{\partial R} \delta \widetilde{F}_{\nu} \right]_{+} \\ + \frac{1}{2} \left[ U_0 \frac{\partial}{\partial P} U_0^{\dagger} E_0 \hat{\alpha} - \hat{\alpha} E_0 U_0 \frac{\partial}{\partial P} U_0^{\dagger}, \frac{\partial}{\partial R} \delta \widetilde{F}_{\nu} \right] = U_0 I_{\nu} U_0^{\dagger} \end{aligned}$$

となる。 $E_0 \hat{\alpha} = U_0 \xi U_0^{\dagger}$ ,  $\delta \widetilde{F}_{\nu} = U_0 \delta F_{\nu} U_0^{\dagger}$ ,  $U_0$ ,  $U_0^{\dagger}$  は Bogolin bov 変換行列である。以下簡単の為 BCS 状態を考える。He-3 で実現している ABM 状態, BW 状態に対しても同様の議論が出来ると思われる。 $\delta \widetilde{F}_{\nu}$  は BCS 状態の時次の様に見える。

$$\delta \widetilde{F}_{+} = \begin{pmatrix} \delta f(p) \sigma_0 & \vdots & \delta n(p) i \sigma_y \\ & \ddots & \\ -\delta n^{*}(p) i \sigma_y & \vdots & -\delta m(p) \sigma_0 \end{pmatrix} \quad \delta \widetilde{F}_{-} = \begin{pmatrix} \delta m(-p) \sigma_0 & \vdots & \delta n(-p) i \sigma_y \\ & \ddots & \\ -\delta n^{*}(-p) i \sigma_y & \vdots & -\delta f(-p) \sigma_0 \end{pmatrix}$$

$\sigma_0$  は単位行列,  $\sigma_y$  は Pauli 行列の  $y$  成分である。又、局所平衡状態での分布関数  $\delta \widetilde{F}_{\nu}^{\ell}$  を  $\delta \widetilde{F}_{\nu}^{\ell} = \frac{1}{2} (1 + \nu \hat{\alpha}) \delta f_{\nu}^{\ell}$  と取ろう。 $\delta f_{\nu}^{\ell}$  は例えば粘性係数などを計算する時は  $\delta f_{\nu}^{\ell} = \frac{\partial f^0}{\partial E} \nu (\mathbf{p} \cdot \mathbf{u})$  である。又、 $\hat{\alpha}$  は、対角成分が  $(1, 1, -1, -1)$  の対角行列である。 $\delta f(p)$ ,  $\delta m(p)$ ,  $\delta n^k(p) = \delta n(p) + \delta n^{*}(p)$ ,  $\delta n^I = \frac{1}{i} (\delta n(p) - \delta n^{*}(p))$  に対する

K. E. は、衝突項を緩和時間近似で書くと、次の様になる。

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial}{\partial R} \delta f' &= \frac{1}{\tau} \delta f - \frac{1}{2} \frac{\Delta}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial}{\partial R} \delta f' = \frac{1}{2} \frac{1}{\tau} \delta n^k + E_0 \delta n^l \\ E_0 \delta n^R - \frac{1}{2} \frac{1}{\tau} \delta n^l &= 0 \quad \delta m \simeq 0 \end{aligned}$$

但し、 $T \simeq T_c$  の附近を考える事とし、coherence factor の  $O(\Delta^2)$  の寄与をする項は無視している。以下2つの場合について解を求めて見る。 $\Delta > \frac{\hbar}{\tau}$  の時、

$$\begin{aligned} \delta f &\sim \frac{\varepsilon}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial}{\partial R} \delta f' \tau \quad \delta n^R \sim \frac{\Delta}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial f'}{\partial R} \times \left(\frac{1}{2\tau E}\right)^2 \\ \delta m &\sim 0 \quad \delta n^l \sim \frac{\Delta}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial f'}{\partial R} \times \left(\frac{1}{2\tau E}\right) \end{aligned}$$

となり  $\frac{1}{2\tau E} < 1$  であるので、 $\delta f$  つまりボゴロンの分布関数だけをこの範囲では考えておけばよい。反対に  $\frac{\hbar}{\tau} > \Delta$  の場合は、

$$\begin{aligned} \delta f &\sim \frac{\varepsilon}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial f'}{\partial R} \tau \quad \delta n^R \sim \frac{\Delta}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial f'}{\partial R} \tau \\ \delta m &\sim 0 \quad \delta n^l \sim \frac{\Delta}{E} \frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \frac{\partial f'}{\partial R} \tau \times (-2\tau E) \end{aligned}$$

となりこの時は、 $\delta f$ 、 $\delta n^R$  だけを考えてやればよい。さらに  $\delta f = \frac{\varepsilon}{E} \delta Q$ 、 $\delta n^R = \frac{\Delta}{E} \delta Q$  として、 $\delta Q$  に対する K. E. を求めてやると、その K. E. は Normal での K. E. と Back scattering の項もふくめ、同じになっている。一方、粘性係数の  $T \simeq T_c$  でのふるまいは、運動量流速  $\Pi_{ij}$  が、

$$\Pi_{ij} = \int dp \, 2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial P_j} p_i \left\{ \frac{\varepsilon}{E} (\delta f + \delta m) - \frac{\Delta}{E} \delta n^R \right\}$$

の形をしているので、 $\delta f$ 、 $\delta m$ 、 $\delta n^R$  に今求めた解を入れてやると、 $\Delta > \frac{\hbar}{\tau}$  の時、Normal での粘性係数を  $\eta_n$  として、

$$\eta \sim \eta_n (1 + a\Delta)$$

となり、 $\Delta$  に比例する項が出てくる。反対に  $\Delta < \frac{\hbar}{\tau}$  の時は  $O(\Delta)$  の項は打ち消しあ

て出て来ず,

$$\eta \sim \eta_n (1 + O(\Delta^2))$$

の形になる。

### $^3\text{He-A}$ での 2, 3 の問題

筑波大 宗 田 敏 雄

#### (1) 円筒容器中の $^3\text{He-A}$ の遅い回転

$^3\text{He-A}$  でオーダー・パラメーターより作られる軌道ベクトル  $\ell$  が組織の様子をなしているが、軸対称な解として Mermin-Ho(M-H) と Anderson-Toulouse(A-T) の解があることが見出されている。

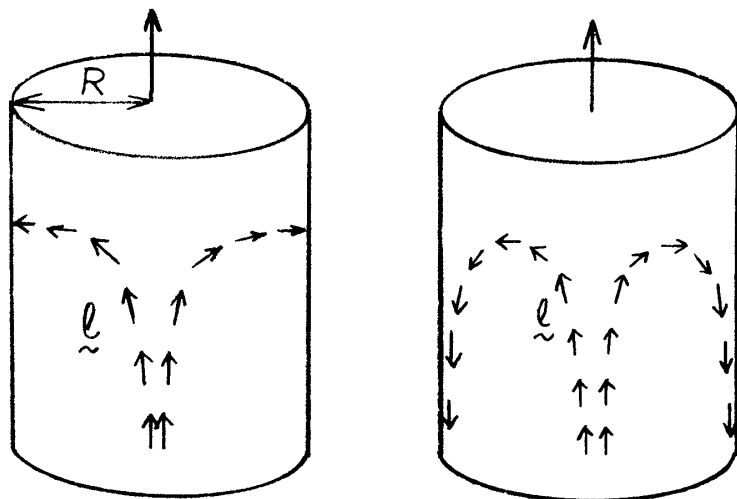
然しながら、この容器をゆっくり回転した時にどう云う  $\ell$  の組織が出来るかが大変興味がある。

ここでは角速度  $\omega$  で回転してみて、自由エネルギー  $F_{\omega=0} - L\omega$  を最低にする様に、

$$\begin{aligned} \ell = & \cos \chi(\rho) \hat{z} \\ & + \sin \chi(\rho) \hat{\rho} \end{aligned}$$

(1)

の  $\chi(\rho)$  の形を求めて、角運動量や自由エネルギー



(a)

(a) M-H型組織

(b)

(b) A-T型組織